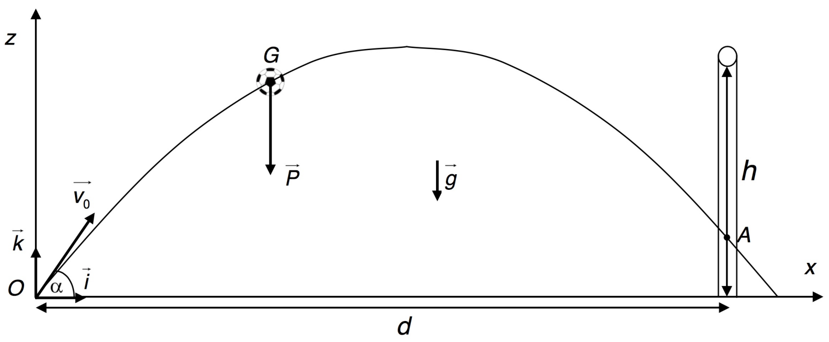
TS3 - Physique-Chimie
Devoir en classe n°5 - Durée : 2h
Proposition de correction

EXERCICE I : TIRS AU BUT (8 points)

1. Schématisation du problème

1.1.



1.2. Le pénalty sera réussi si le point A où se situe le ballon lorsqu'il franchit la ligne de but ($x_A = d$) est en-dessous de la barre des buts ($0 < z_A < h$).

2. Étude dynamique du mouvement du ballon

2.1. Le système étudié est le {ballon} de masse m constante et de centre d'inertie G. On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen et muni du repère (Ox, Oz). Les forces extérieures exercées sur le ballon se réduisent au seul poids du ballon $\overrightarrow{P} = m \cdot \overrightarrow{g}$ puisque les forces de frottements et la poussée d'Archimède sont négligés.

D'après la deuxième loi de Newton, appliquée au centre d'inertie G du ballon de masse constante, nous avons : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \dfrac{d\overrightarrow{p}}{dt} = m \cdot \dfrac{d\overrightarrow{v_G}}{dt}$ soit $\overrightarrow{P} = m \cdot \overrightarrow{a_G}$ d'où $m \cdot \overrightarrow{g} = m \cdot \overrightarrow{a_G}$ et finalement $\boldsymbol{\overrightarrow{a_G} = \overrightarrow{g}}$

2.2. En exprimant les coordonnées du vecteur accélération dans le repère (Ox, Oz), on obtient : $a_G \begin{pmatrix} a_x = g_x = 0 \\ a_z = g_z = -g \end{pmatrix}$

Or, d'une part $a_x = \dfrac{dv_x}{dt}$ d'où $\dfrac{dv_x}{dt} = 0$ et $v_x = \text{constante} = v_{x_0} = v_0 \cdot \cos\alpha$ et d'autre part, $a_z = \dfrac{dv_z}{dt} = -g$ d'où $v_z = -g \cdot t + v_{z_0} = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha$.

En outre, $v_x = \dfrac{dx}{dt} = v_0 \cdot \cos\alpha$ donc $x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t + x_0 = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$ puisque le ballon est à l'origine du repère initialement. Et $v_z = \dfrac{dz}{dt} = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha$ d'où, le ballon étant initialement à l'origine du repère : $z(t) = -\dfrac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t + z_0 = -\dfrac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t$.

Les équations horaires sont donc les suivantes : $\overrightarrow{OG} \begin{pmatrix} x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \\ z(t) = -\dfrac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t \end{pmatrix}$

Pour obtenir l'équation de la trajectoire, on exprime t à partir de la première équation horaire : $t = \dfrac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha}$ et on l'injecte dans la seconde :

$$z = -\frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha} \text{ soit } \boldsymbol{z(x) = -\frac{g \cdot x^2}{2 \cdot {v_0}^2 \cdot (\cos\alpha)^2} + (\tan\alpha) \cdot x}$$

2.3. D'après la question **1.2** et les documents, le pénalty est réussi si, pour $x_A = 11,0$ m, on a la double inégalité suivante : $0 < z_A < 2,44$ m. Il n'y a donc plus qu'à calculer $z(x_A)$:

$$z(x_A) = -\frac{g \cdot x_A^2}{2 \cdot {v_0}^2 \cdot (\cos\alpha)^2} + (\tan\alpha) \cdot x_A \text{ soit } z(11,0) = -\frac{9,81 \cdot 11,0^2}{2 \cdot 11,5^2 \cdot (\cos 55)^2} + (\tan 55) \times 11,0 = 2,1 \text{ m}$$

Cette valeur étant positive et inférieure à 2,44 m, on en déduit que le pénalty est réussi.

EXERCICE II : MOUVEMENT D'UN PROTON (12 points)

1. Mouvement d'un proton dans la région I

1.1. Poids du proton : $P = m \cdot g = 1,7 \cdot 10^{-27} \times 9,8 = 1,7 \cdot 10^{-26}$ N

Force électrique exercée sur le proton : $F = e \cdot E = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 1,0 \cdot 10^{3} = 1,6 \cdot 10^{-16}$ N

La force électrique est donc 10^{10} fois plus intense que le poids du proton qui peut donc être négligé.

1.2. Le système étudié est le proton, de masse constante. On se place dans le référentiel terrestre que l'on considère comme galiléen. La seule force considérée est la force électrique $\overrightarrow{F} = e \cdot \overrightarrow{E}$ car le poids du proton est négligé au même titre que les frottements (le mouvement a lieu dans le vide). D'après la deuxième loi de Newton appliquée à un système de masse constante, on obtient :

$$\overrightarrow{F} = m \cdot \overrightarrow{a} \text{ soit } e \cdot \overrightarrow{E} = m \cdot \overrightarrow{a} \text{ ou encore } \overrightarrow{a} = \frac{e \cdot \overrightarrow{E}}{m}$$

1.3. D'après la figure, on a $\overrightarrow{E} = E \cdot \vec{\imath}$ donc $\overrightarrow{a} = a_x \cdot \vec{\imath} + a_y \cdot \vec{\jmath} = \dfrac{e \cdot E}{m} \cdot \vec{\imath}$ d'où $\boxed{a_x = \dfrac{e \cdot E}{m}}$ et $\boxed{a_y = 0}$

1.4. D'après ce qui précède, l'accélération est constante sur l'axe (Ox) et nulle sur l'axe (Oy). Le mouvement du proton est donc rectiligne et uniformément accéléré sur l'axe (Ox).

2. Mouvement d'un proton dans la région II

Dans la région II, le proton n'est soumis qu'à son poids, qui présente une intensité très faible comme nous l'avons démontré. En effet, la force électrostatique y est nulle car le champ électrique y est nul. On peut donc considéré que, dans le référentiel du laboratoire considéré galiléen, le proton n'est soumis à aucune force. En vertu du principe d'inertie, le mouvement du proton dans la région II est donc rectiligne uniforme.

3. Mouvement d'un proton dans la région III

3.1. Le proton étant dévié vers le haut, il faut que la force électrique soit dirigée vers le haut. En outre, on sait que $\overrightarrow{F} = q \cdot \overrightarrow{E}$ et que le champ électrique est perpendiculaire aux armatures donc la force est dirigée vers le haut et perpendiculairement aux armatures. D'après la relation précédente, le champ électrique a même sens et même direction que la force car la charge électrique d'un proton est positive.

3.2. Le proton doit être dévié vers le haut : il doit donc être attiré par l'armature A qui doit donc être chargée négativement. Ainsi, l'armature B doit être chargée positivement (deux charges de même signe se repoussent).

3.3. Le système étudié est le proton, de masse constante. On se place dans le référentiel terrestre que l'on considère comme galiléen. La seule force considérée est la force électrique $\overrightarrow{F} = e \cdot \overrightarrow{E}$ car le poids du proton est négligé au même titre que les frottements (le mouvement a lieu dans le vide). D'après la deuxième loi de Newton appliquée à un système de masse constante, on obtient :

$$\overrightarrow{F} = m \cdot \overrightarrow{a} \text{ soit } e \cdot \overrightarrow{E} = m \cdot \overrightarrow{a} \text{ ou encore } \overrightarrow{a} = \frac{e \cdot \overrightarrow{E}}{m}$$

En outre, on a $\overrightarrow{E} = E \cdot \vec{\jmath}$ donc $\overrightarrow{a} = a_x \cdot \vec{\imath} + a_y \cdot \vec{\jmath} = \dfrac{e \cdot E}{m} \cdot \vec{\jmath}$ d'où $\boxed{a_x = 0}$ et $\boxed{a_y = \dfrac{e \cdot E}{m}}$

3.4. Par intégration, on trouve les équations horaires pour la vitesse :

$v_x = v_{x_0} = V_0$ et $v_y = \dfrac{e \cdot E}{m} \cdot t + v_{y_0} = \dfrac{e \cdot E}{m} \cdot t$ car la vitesse initiale est horizontale : $\overrightarrow{V_0} = V_0 \cdot \vec{\imath}$

De même, par intégration, on trouve les équations horaires pour la position :

$x(t) = V_0 \cdot t + x_0 = V_0 \cdot t$ et $y(t) = \dfrac{e \cdot E}{2 \cdot m} \cdot t^2 + y_0 = \dfrac{e \cdot E}{2 \cdot m} \cdot t^2$ car le proton part de l'origine O du repère choisi.

3.5. D'après la première équation horaire, on obtient que $t = \dfrac{x}{V_0}$ et en injectant cette relation dans la seconde équation horaire, on obtient l'équation de la trajectoire : $y = \dfrac{e \cdot E}{2 \cdot m} \cdot t^2 = \dfrac{e \cdot E}{2 \cdot m} \cdot \left(\dfrac{x}{V_0}\right)^2 = \dfrac{e \cdot E}{2 \cdot m \cdot V_0^2} \cdot x^2$

3.6. Lorsque le proton arrive à l'extrémité du condensateur plan, $x_S = \ell$. En outre, $E = \dfrac{U}{d}$. En remplaçant dans l'équation de la trajectoire précédente, on obtient l'expression de y_S :

$y_S = \dfrac{e \cdot E}{2 \cdot m \cdot V_0^2} \cdot x_S^2 = \dfrac{e \cdot U \cdot \ell^2}{2 \cdot m \cdot d \cdot V_0^2} = \dfrac{1,6 \cdot 10^{-19} \times 4,0 \cdot 10^3 \times (6,0 \cdot 10^{-2})^2}{2 \times 1,7 \cdot 10^{-27} \times 6,0 \cdot 10^{-2} \times (1,5 \cdot 10^6)^2} = 5,0 \cdot 10^{-3}$ m

$y_S = 5,0$ mm