CHAPITRE 10 :

TEMPS ET RELATIVITÉ RESTREINTE

Pierre-André LABOLLE

Lycée International des Pontonniers

Février 2018

I. Invariance de la vitesse de la lumière

1. Loi de composition des vitesses de Galilée

- Soit un train se déplaçant à la vitesse $\overrightarrow{v_e}$ dans le référentiel terrestre.
- Soit un observateur A, immobile dans le référentiel terrestre et soit B un observateur immobile dans le référentiel du train.
- On s'intéresse au mouvement d'une balle, animée d'un vitesse $\overrightarrow{v_b}$ constante dans le référentiel du train et colinéaire à la vitesse du train.
- La vitesse de la balle dans le référentiel terrestre est donnée par la relation $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v_b} + \overrightarrow{v_e}$
- Cette loi est appelée loi de composition des vitesses de Galilée et a été utilisée jusqu'au début du XX^e siècle et nous allons voir qu'elle n'est pas vérifiée par la lumière qui conserve la même célérité quel que soit le référentiel galiléen considéré.

I. Invariance de la vitesse de la lumière

2. Expérience de Michelson et Morley

- Activité P246

1.a. L'expérience de Michelson et Morley devait permettre de mesurer l'influence du mouvement de la Terre sur la vitesse de propagation de la lumière, mesurée dans le référentiel terrestre.

1.b. $[\tau] = \dfrac{[D]\cdot[v]^2}{[c]^3} = \dfrac{[D]}{[c]} = \dfrac{L}{L\cdot T^{-1}} = T$ donc τ est bien une durée.

$$\tau = \frac{D\cdot v^2}{c^3} = \frac{10 \times (3,0\cdot 10^4)^2}{(3,0\cdot 10^8)^3} = 3,3\cdot 10^{-16}\ s$$

La période de la radiation utilisée est $T = \dfrac{\lambda}{c} = \dfrac{500\cdot 10^{-9}}{3,0\cdot 10^8} = 1,7\cdot 10^{-15}\ s$

On remarque alors que $\tau = \dfrac{T}{5}$ donc la différence de durée de parcours τ induit un décalage d'un cinquième d'interfrange. Ce décalage étant très faible, il est nécessaire de recourir à un système interférentiel permettant des mesures précises.

I. Invariance de la vitesse de la lumière

2. Expérience de Michelson et Morley

- Activité P246

2.a. Il découle de cette expérience que la vitesse de propagation de la lumière mesurée sur Terre ne dépend pas du mouvement de la Terre.

2.b. Le vaisseau constitue un référentiel galiléen. Son mouvement ne devrait pas avoir d'influence sur la vitesse de la lumière : le signal lumineux se propage donc aussi à la vitesse c pour le vaisseau.

I. Invariance de la vitesse de la lumière

3. Postulats d'Einstein

- La théorie de la relativité d'Albert Einstein (1905) est fondée sur l'invariance de la célérité de la lumière qui possède donc un statut particulier par rapport aux autres phénomènes physiques.
- **La lumière se propage avec la même célérité c dans le vide, quel que soit le référentiel d'étude galiléen choisi.**
- **Toutes les lois de la physique ont la même forme quel que soit le référentiel galiléen dans lequel on se place.**

II. Théorie de la relativité restreinte

1. Position du problème

- La théorie de la relativité restreinte résulte de l'invariance de la célérité de la lumière dans le vide (postulat d'Einstein).
- Le terme **restreinte** signifie que cette théorie est limitée à des référentiels **galiléens** (référentiels en translation rectiligne uniforme entre eux).

➠ Activité P247

II. Théorie de la relativité restreinte

1. Position du problème

1.a. Dans le référentiel de la gare, le miroir et les récepteurs se déplacent à la vitesse v. Lorsque l'éclair atteint le miroir, celui-ci a parcouru une distance $v \cdot \dfrac{\Delta t_{gare}}{2}$. Le récepteur parcourt encore cette même distance pendant que l'éclair se propage du miroir au récepteur.

1.b. Comme c est invariante, on a $\Delta t_{wagon} = \dfrac{2 \cdot h}{c}$ et $\Delta t_{gare} = \dfrac{AM + MA'}{c}$. Or, $AM > h$ et $MA' > h$ donc $\Delta t_{gare} > \Delta t_{wagon}$.

II. Théorie de la relativité restreinte

1. Position du problème

2.a. D'après ce qui précède, on a $h = \dfrac{c \cdot \Delta t_{wagon}}{2}$

2.b. $AA' = v \cdot \Delta t_{gare}$ et $AM = MA' = c \cdot \dfrac{\Delta t_{gare}}{2}$.
Or d'après le théorème de Pythagore,

$$AM = MA' = \sqrt{h^2 + \left(\frac{AA'}{2}\right)^2} = \sqrt{h^2 + \left(\frac{v \cdot \Delta t_{gare}}{2}\right)^2}$$

II. Théorie de la relativité restreinte

1. Position du problème

2.c. En remplaçant h par son expression, il vient :

$$c \cdot \frac{\Delta t_{gare}}{2} = \sqrt{\left(\frac{c \cdot \Delta t_{wagon}}{2}\right)^2 + \left(\frac{v \cdot \Delta t_{gare}}{2}\right)^2}$$

$$c^2 \cdot \frac{(\Delta t_{gare})^2}{\cancel{4}} = \frac{c^2 \cdot (\Delta t_{wagon})^2}{\cancel{4}} + \frac{v^2 \cdot (\Delta t_{gare})^2}{\cancel{4}}$$

$$c^2 \cdot (\Delta t_{gare})^2 = c^2 \cdot (\Delta t_{wagon})^2 + v^2 \cdot (\Delta t_{gare})^2$$

$$(\Delta t_{gare})^2 \cdot \left(c^2 - v^2\right) = c^2 \cdot (\Delta t_{wagon})^2$$

$$(\Delta t_{gare})^2 = \frac{c^2}{(c^2 - v^2)} \cdot (\Delta t_{wagon})^2 = \frac{(\Delta t_{wagon})^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$$

$$\Delta t_{gare} = \frac{\Delta t_{wagon}}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

II. Théorie de la relativité restreinte

1. Position du problème

3 L'expression précédente montre bien que $\Delta t_{gare} > \Delta t_{wagon}$ donc que la durée perçue par l'observateur immobile sur le quai est plus grande que celle perçue par un observateur dans le train. Ainsi, on voit que le temps ne s'écoule pas de la même façon dans tous les référentiels. Autrement dit, le temps n'est en fait pas absolu mais possède un caractère relatif.

II. Théorie de la relativité restreinte

2. Relativité du temps

- **Définition :** on appelle **évènement** un fait se produisant, dans un référentiel donné, à un endroit donné et à un instant donné. Il est repéré par ses coordonnées (x, y, z, t) qui dépendent du référentiel.
- **Définition :** on appelle **temps propre** ou **durée propre** la durée séparant deux évènements ayant lieu au même endroit dans un référentiel galiléen dans lequel l'horloge utilisée pour la mesure est fixe.
- **Définition :** on appelle **temps mesuré** ou **durée mesurée** la durée séparant deux évènements, mesurée par une horloge fixe dans un référentiel en mouvement par rapport au référentiel propre.

II. Théorie de la relativité restreinte

3. Dilatation des durées

- Soit Δt_0 la durée propre mesurée entre deux évènements et soit $\Delta t'$ la durée entre ces deux évènements, mesurée dans un référentiel en déplacement à la vitesse v par rapport au référentiel propre.
- Ces deux durées sont liées par la relation suivante : $\Delta t' = \gamma \cdot \Delta t_0$, relation dans laquelle $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$ est le coefficient de dilatation des durées ($\gamma > 1$).

III. Applications pratiques

1. Cas des systèmes de positionnement par GPS

- Activité P249

2. Cas des muons cosmiques

- Activité P248

3. Remarque

- Afin de mesurer une différence de 1% entre durée propre et durée mesurée, il faut une vitesse $v > \frac{c}{10}$: cet effet relativiste n'est donc pas mesurable aisément pour des engins conçus par l'Homme de nos jours.

EXERCICES

EXERCICES PP254-263 n°17, 18, 33, 36, 37 et 41

CORRECTION DES EXERCICES

Exercice P254 n°17

La durée mesurée étant nécessairement supérieure à la durée propre, la seule valeur possible est $2,6 \cdot 10^{-7}$ s.

CORRECTION DES EXERCICES

Exercice P254 n°18

a. $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_0$ où $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$. Or ici, $\dfrac{v}{c} = 0,92$ d'où

$$\Delta t_m = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \cdot \Delta t_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,92^2}} \times 2,6 \cdot 10^{-8} = 6,6 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{s}$$

b. $\Delta t_0 = \dfrac{\Delta t_m}{\gamma} = \Delta t_m \cdot \sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}$. Or ici, $\dfrac{v}{c} = 0,98$ d'où

$$\Delta t_0 = \Delta t_m \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 4,5 \cdot 10^{-10} \times \sqrt{1 - 0,98^2} = 9,0 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{s}$$

CORRECTION DES EXERCICES

Exercice P259 n°33

a. Lorsqu'il n'y a pas de dilatation des durées, $\gamma_0 = 1$ car dans ce cas, $v \ll c$.

b. L'erreur relative sur γ est de 10% lorsque $\gamma = 1,1$. Par lecture graphique, on trouve alors que $\dfrac{v}{c} = 0,4$.

Remarque : on peut retrouver cette valeur par le calcul :

$$\frac{v}{c} = \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}} = \sqrt{\frac{1,1^2 - 1}{1,1^2}} = 0,417$$

On cherche $\dfrac{v}{c}$ tel que $\Delta t_m = 2 \cdot \Delta t_0$ soit tel que $\gamma = 2$.

Or $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$ d'où $\dfrac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}$ d'où $\dfrac{1}{\gamma^2} = 1 - \dfrac{v^2}{c^2}$. On peut en déduire que $\dfrac{v^2}{c^2} = 1 - \dfrac{1}{\gamma^2} = \dfrac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}$ d'où enfin $\dfrac{v}{c} = \sqrt{\dfrac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}} = \sqrt{\dfrac{2^2 - 1}{2^2}} = 0,866$

CORRECTION DES EXERCICES

Exercice P259 n°36

a. Par lecture graphique précise, on trouve respectivement $1,5 \cdot 10^2$ MeV et $8,5 \cdot 10^2$ MeV

   On constate donc, pour les faibles vitesses, une augmentation d'énergie environ 6 fois plus faible pour une variation de vitesse 10 fois plus grande.

b. La différence de vitesse est très faible mais les vitesses sont très proches de c donc même pour une si petite variation de vitesse, il y a une très grande variation de l'énergie des particules donc le LHC est bien plus performant.

c. Lorsque les particules approchent la vitesse de la lumière dans le vide c, les vitesses des particules diffèrent peu les unes des autres mais les différences d'énergie correspondantes sont très importantes. Il est donc plus pertinent de caractériser les accélérateurs de particules par les énergies acquises par ces dernières.